Научная статья
УДК 517.982.256
DOI 10.25205/1560-750X-2026-29-1-5-17

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ АППРОКСИМАТИВНЫЕ СВОЙСТВА МНОЖЕСТВ И АППРОКСИМАТИВНАЯ КОМПАКТНОСТЬ

Алексей Ростиславович Алимов[1]
Ниязи Аладдин оглы Ильясов[2]

[1]Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Московский Центр фундаментальной и прикладной математики,
Москва, Россия,

[2]Институт Математики Министерства Науки и Образования
Азербайджанской республики,
Баку, Азербайджан

[1]alexey.alimov-msu@yandex.ru, alexey.alimov@gmail.com
[2]niyazi.ilyasov@gmail.com

Аннотация

Точка $x \in X$ называется точкой аппроксимативной компактности для множества $\varnothing \neq M \subset X$, если из любой минимизирующей последовательности точек из M для x можно выделить подпоследовательность, сходящуюся к некоторой точке из M. Е. В. Ошман установил, что любое выпуклое множество существования аппроксимативно компактно, если только и если каждая гиперплоскость существования аппроксимативно компактна. В работе вводится индивидуальная характеристика заданного множества M – множество M-действующих точек (образ нормированной метрической проекции на множество M). В терминах этой характеристики найдены условия на пространство X, гарантирующие аппроксимативную компактность (сильную или слабую) заданного множества M.

Ключевые слова и фразы

индивидуальная аппроксимация, аппроксимативно компактное множество, аппроксимативно слабо компактное множество, окрестностно P-выпуклое множество, пространство Дэя–Ошмана, устойчивость задачи минимизации расстояния.

© Алимов А. Р., Ильясов Н. А., 2026

Источник финансирования

Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по Соглашению № 075-15-2025-345.

Для цитирования

Алимов А. Р., Ильясов Н. А. Индивидуальные аппроксимативные свойства множеств и аппроксимативная компактность // *Математические труды*, 2026, Т. 29, № 1, С. 5-17. DOI 10.25205/1560-750X-2026-29-1-5-17

Individual approximative properties of sets and approximative compactness

Alexey R. Alimov[1], Niyazi A. Il'yasov[2],

[1]Lomonosov Moscow State University, Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics,
Moscow, Russia

[2]Institute of Mathematics of the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan,
Baku, Azerbaijan

[1]alexey.alimov-msu@yandex.ru, alexey.alimov@gmail.com
[2]niyazi.ilyasov@gmail.com

Abstract

A point $x \in X$ is a point of approximative compactness for a set $\varnothing \neq M \subset X$ if each minimizing sequence of points from M for x contains a subsequence converging to some point from M. E. V. Oshman established that each convex set of existence is approximatively compact if and only if so is each proximinal hyperplane. Given a set M, we introduce the set of M-acting points (the range of the normalized metric projection onto the set M), which is an individual approximation characteristics of the set M. In terms of this characteristics, we give conditions on a space X which guarantee that a given set M is approximatively (strongly or weakly) compact.

Keywords

individual approximation, approximatively compact set, approximatively weakly compact set, neighborly P-convex set, Day–Oshman space, stability of the distance minimization problem.

Funding

The work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federationas part of the program of the Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics under the Agreement No. 075-15-2025-345.

For citation

Alimov A. R., Il'yasov N. A., Individual approximative properties of sets and approximative compactness // *Mat. Trudy*, 2026, V. 29, N. 1, P. 5-17. DOI 10.25205/1560-750X-2026-29-1-5-17

§ 1. Введение

Ниже X – действительное линейное нормированное пространство, $\rho(x, M) := \inf_{y\in M} \|x-y\|$ – величина наилучшего приближения или расстояние от точки $x \in X$ до заданного непустого множества $M \subset X$. Множество ближайших точек из множества M для точки x определяется следующим образом:

$$P_M x := \{y \in M \mid \|x-y\| = \rho(x, M)\}$$

Определение 1. Точка $x \in X$ называется точкой *аппроксимативной компактности* для множества M (обозначение: $x \in \mathrm{AC}(M)$), если из любой последовательности $(y_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset M$, удовлетворяющей соотношению $\|x - y_n\| \to \rho(x, M)$ (такая последовательность называется *минимизирующей*), можно выбрать подпоследовательность, сходящуюся к некоторой точке из M. Если $\mathrm{AC}(M) = X$, то множество M называется *аппроксимативно компактным.*

Понятие аппроксимативно компактного множества введено Н. В. Ефимовым и С. Б. Стечкиным (см., например, [1, § 4/1]). Ими же получен первый результат о связи выпуклости и аппроксимативной компактности. Именно, Н. В. Ефимов и С. Б. Стечкин установили, что в равномерно выпуклом пространстве каждое выпуклое чебышёвское множество аппроксимативно компактно (см., например, [1]). Среди многочисленных авторов, получивших результаты в этом направлении, отметим также Л. П. Власова, Е. В. Ошмана, С. В. Конягина, В. С. Балаганского, Р. Е. Меггинсона, Б. Брозовского, Ф. Дойча, С. Кобзаша, И. Г. Царькова (этот список далеко не полон). По поводу конкретных результатов и ссылок на литературу см., например, [2], [3], [4].

На практике часто встречаются задачи с ограничениями (типа равенств или неравенств), определяемыми некоторым конечным набором линейных функционалов. При этом требуется минимизировать какое-то расстояние (определяемое нормой или несимметричной нормой) до заданного непустого множества, вообще говоря, произвольной структуры. В этой связи естественно возникли несимметричные нормы, которые впервые ввел М. Г. Крейном в 1938 г. для решения такого рода задач. Такие задачи с ограничениями не всегда имеют решение, что на языке данной работы означает, что рассматриваемое множество не является множеством существования. В этой связи возникает естественная важная характеристика заданного множества M – множество M-действующих точек, которое определяется областью существования решений данной задачи. Отметим, что задача минимизации симметричного или несимметричного расстояния возникает, в частности, в известной транспортной задаче Монжа–Канторовича. Современное рассмотрение транспортной задачи дается в обзоре В. И. Богачева и А. В. Колесникова [5]. В задачах такого рода естественно возникает важное свойство аппроксимативной компактности, отражающее устойчивость наилучшего приближения. В настоящей работе найдены условия на пространство X, гарантирующие аппроксимативную компактность (сильную или слабую) заданного множества $M \subset X$.

Определение 2. Точка $x \in X$ называется точкой *аппроксимативной слабой компактности* для множества M (обозначение: $x \in \mathrm{wAC}(M)$), если из любой минимизирующей последовательности из M для x можно выбрать подпоследовательность, слабо сходящуюся к некоторой точке из M. Если $\mathrm{wAC}(M) = X$, то множество M называется *аппроксимативно слабо компактным*.

Понятие аппроксимативно слабо компактного множества введено В. Брекнером (см., например, [6]). Такое обобщение не является логически единственно возможным, поскольку априори имеются три типа слабой компактности (в зависимости от того, рассматривается ли сходимость (под)последовательностей или (под)направленностей); соответственно можно определить три класса аппроксимативно слабо компактных множеств. Однако оказывается (см. [6]), что эти три класса совпадают, подобно тому как совпадают три класса слабо компактных множеств (теорема Эберлейна–Шмульяна).

В работе вводится индивидуальная характеристика заданного множества M – множество M-действующих точек (образ нормированной метрической проекции). В терминах этой характеристики найдены условия на пространство X, гарантирующие аппроксимативную компактность (сильную или слабую). Тем самым мы более точно определяем класс пространств, который на самом деле зависит от заданного множества M. По поводу

ISSN 1560-750X
Математические труды, 2026, Том 29, № 1, С. 5-17
Mat. Trudy, 2026, V. 29, N. 1, P. 5-17

некоторых других результатов из теории приближений в этом направлении см., например, [7], [14].

Отметим, что полученные ниже утверждения также верны для симметризуемых пространств с несимметричными нормами.

§ 2. Основные определения и результаты

Напомним, что множество является множеством существования (проксиминальным множеством), если для каждой точки пространства в этом множестве имеется ближайшая точка.

Определение 3 (см. [4]). Линейное нормированное пространство X называется *пространством Дэя–Ошмана* ($X \in$ (DO)), если в нем любая гиперплоскость существования аппроксимативно компактна.

(Хорошо известно, что гиперплоскость является множеством существования, если и только если определяющий ее функционал достигает нормы на единичной сфере.) Обозначение (DO) введено в работе [4], в которой также получен ряд новых характеризаций DO-пространств.

В более ранних исследованиях класс (DO) обозначался по-разному: (CDL) (Е. В. Ошман [8]), (CLD) (Л. П. Власов, В. С. Балаганский [9], (D_L) (М. Дэй).

Класс рефлексивных DO-пространств есть хорошо известный класс пространств Ефимова–Стечкина (см., например, [1, гл. 9]). По поводу некоторых новых результатов, связанные с (сильной и слабой) аппроксимативной min- и max-компактностью для некоторых конкретных и абстрактных множеств, см. [4].

Замечание 1. Если в определении 3 отказаться от условия проксиминальности гиперплоскостей, то получится определение пространств Ефимова–Стечкина, которые характеризуются, в частности, тем свойством, что любое выпуклое замкнутое непустое подмножество такого пространства аппроксимативно компактно (см. [1, § 9.1]).

Имеет место следующая характеризационная теорема (Е. В. Ошман [8, следствие 20], Л. П. Власов [3], [9]). Здесь и далее S – единичная сфера, S^* – единичная сфера сопряженного пространства.

Теорема А. *Следующие условия эквивалентны:*

a) $X \in$ (DO), *т.е. каждая гиперплоскость существования аппроксимативно компактна;*

b) *каждое выпуклое множество существования аппроксимативно компактно;*

c) *из условий* $f \in S^*$, f *достигает нормы,* $s_n \in S$, $f(s_n) \to 1$, *следует, что последовательность* (s_n) *имеет предельную точку.*

Локальный вариант теоремы A имеет следующий вид.

Лемма 1. *Пусть ненулевой функционал $f \in S^*$ достигает своей нормы, H – (произвольная) гиперплоскость, порождаемая этим функционалом. Тогда следующие условия эквивалентны:*

a) *гиперплоскость H аппроксимативно компактна;*

b) *если $s_n \in S$, $f(s_n) \to 1$, то последовательность (s_n) имеет предельную точку.*

Следующее определение является основным для задач индивидуальной аппроксимации.

Определение 4. Для заданного непустого множества $M \subset X$ точка $s \in S$ называется *M-действующей* (здесь буква “M” означает рассматриваемое множество M), если

$$s \in (P_M x - x)/\rho(x, P_M x) \ \text{ для некоторого } \ x \notin M \tag{1}$$

(см., например, [14]). Иными словами, если точка s является M-действующей для множества M, то ее “аналогом” (при растяжении и сдвиге единичного шара) можно коснуться множества M.

Соответствующее отображение

$$\tau(x) : x \mapsto (P_M x - x)/\rho(x, P_M x), \qquad \tau : X \setminus M \to S,$$

будем называть *нормированной метрической проекцией.*

В литературе действующие точки множеств изучаются достаточно давно, но в случае приближения конкретными агрегатами. К примеру,
Э. Шмидт (см., например, [10]), Д. Браесс и др. изучали M-действующие точки для случая приближения различными классами экспоненциальных сумм. Были получены характеризационные теоремы для действсвующих точек (в терминах нормальности и альтернанса) и даны применения для задач устойчивости и солнечности наилучшего приближения в $C[a, b]$.
Й. Блаттер, Ч. Данхем, В.С. Вячеславов и др. (см., например, [4]) изучали действующие точки в случае приближения дробно-рациональными функциями в $C[a, b]$ и $L^p[a, b]$. К примеру, в этой связи Й. Блаттер (см., например, [1, § 11.3]) установил, для рациональной L^p-аппроксимации для элемента наилучшего приближения классом $\mathscr{R}_{n,m}$ классических дробно-рациональных функций в $C[a, b]$ степень числителя и знаменателя всегда максимальна, т.е.

если u^* — ближайший элемент наилучшего L^p-приближения из $\mathscr{R}_{n,m}$, $1 < p < \infty$, для $f \notin \mathscr{R}_{n,m}$, $n \geq 1$, то $u^* \notin \mathscr{R}_{n-1,m-1}$.

ISSN 1560-750X
Математические труды, 2026, Том 29, № 1, С. 5-17
Mat. Trudy, 2026, V. 29, N. 1, P. 5-17

В определениях 5 и 7 задействуются индивидуальные характеристики как пространства, так и множества. Такой подход оказывается естественным при изучении свойств *конкретного* аппроксимирующего множества и получения для него структурных и аппроксимативных свойств в *конкретнои* пространстве.

Определение 5. Пусть $M \subset X$. Мы говорим, что $X \in (M\text{-DO})$, если в каждой точке образа нормированной метрической проекции $\tau(x) := (P_M x - x)/\rho(x, P_M x)$ (т.е. в любой M-действующей точке) любая опорная гиперплоскость аппроксимативно компактна.

Следующая теорема есть обобщение теоремы A на случай индивидуальной аппроксимации, где условие на пространство связано только со множеством действующих точек для множества M.

Теорема 1. *Пусть $M \subset X$ – выпуклое множество существования. Тогда Если $X \in (M\text{-DO})$, то множество M аппроксимативно компактно.*

Определение 6. Пространство X лежит в классе (wDO), если в X каждая гиперплоскость существования аппроксимативно слабо компактна. Класс (wDO) содержит рефлексивные пространства и пространства Ефимова–Стечкина (но не совпадает ни с одним из этих классов).

Класс пространств (wDO) (под именем (wCLD)) был введен Л. П. Власовым в [3] в 1978 г. (см. также [9]). А. Р. Алимов и И. Г. Царьков установили, что $X \in (\text{wDO})$, если и только если замкнутая окрестность любого выпуклого множества существования аппроксимативно слабо компактна. Этот результат восходит к классическим работам Л. П. Власова [3, теорема 4], В. И. Бердышева [11] и Р. Е. Меггинсона [2, предложение 1.2].

Теорема B. *Следующие условия эквивалентны:*

a) $X \in (\text{wDO})$, *т.е. каждая гиперплоскость существования аппроксимативно слабо компактна;*

b) *каждое выпуклое множество существования аппроксимативно слабо компактно;*

c) *из условий $f \in S^*$, f достигает нормы, $s_n \in S$, $f(s_n) \to 1$, следует, что последовательность (s_n) имеет слабо предельную точку.*

Один из локальных вариантов теоремы B имеет следующий вид. Доказательство этого результата проходит без изменений по схеме Л. П. Власова из [3].

Лемма 2. *Пусть ненулевой функционал $f \in S^*$ достигает своей нормы, H – (произвольная) гиперплоскость, порождаемая этим функционалом. Тогда следующие условия эквивалентны:*

a) *гиперплоскость H аппроксимативно слабо компактна;*

b) *если $s_n \in S$, $f(s_n) \to 1$, то последовательность (s_n) имеет слабо предельную точку.*

Определение 7. Пусть $M \subset X$. Мы говорим, что $X \in (M\text{-wDO})$, если любая опорная гиперплоскость в любой M-действующей точке аппроксимативно слабо компактна.

Напомним, что метрическая проекция P_M на множество M полунепрерывна сверху (nw-полунепрерывна сверху) в точке x, если из условий $P_M x \subset U$, где U – открыто (w-открыто) в X, $x_n \to x$, следует, что $P_M x_n \subset U$ для любого n, начиная с некоторого номера.

Следующая теорема есть обобщение теоремы B на случай индивидуальной аппроксимации, где условие на пространство связано только со множеством действующих точек для множества M.

Теорема 2. *Пусть $M \subset X$ – выпуклое множество существования и $X \in (M\text{-wDO})$. Тогда множество M слабо аппроксимативно компактно.*

Как следствие, метрическая проекция P_M nw-непрерывна и имеет w-компактные значения.

Замечание 2. *Несложно проверяется (естественно, в бесконечномерном случае), что обратные импликации в теоремах 1 и 2 в общем случае неверны.*

Доказательство теоремы 2. Пусть M – выпуклое множество существования, $X \in (M\text{-wDO})$ и пусть $x \notin M$. Без ограничения общности считаем $x = 0$, $\rho(x, M) = 1$. Пусть $(y_n) \subset M$ – минимизирующая последовательность для точки x. Пусть $f \in S^*$ – функционал, разделяющий множество M и единичный шар B, и пусть H – гиперплоскость, определяемая этим функционалом и разделяющая M и B. Ясно, что $P_M 0 \neq \varnothing$ и $f(y) = 1$ для любого $y \in P_M 0$. Обозначим $v_n := y_n/\|y_n\| \in S$. Понятно, что $f(v_n) \to 1$. Так как по условию гиперплоскость H аппроксимативно слабо компактна, то по лемме 2 последовательность (v_n) имеет слабо предельную точку $v \in S \cap H$. Так как множество M выпукло и замкнуто, то M секвенциально слабо замкнуто. Поэтому $v \in M$. Поскольку $\|y_n\| \to 1$ и $y_n/\|y_n\| \to v$, то последовательность (y_n) также слабо сходится к $v \in M$. Поэтому x – точка слабой аппроксимативной компактности множества M. Теперь для окончания доказательства остается заметить, что если x – точка аппроксимативной компактности (соответственно, аппроксимативно слабой компактности) множества $M \subset X$, то множество $P_M x$ непусто и компактно (соответственно, w-компактно), а метрическая проекция P_M полунепрерывна сверху (nw-полунепрерывна сверху) в точке x (см., например, [12]).

Теорема 2 доказана. □

Доказательство теоремы 1 проходит по той же схеме с использованием леммы 1.

Определение 8. Мы говорим, что множество M *окрестностно P-выпукло* (*слабо окрестностно P-выпукло*) в точке x, если $P_M x \neq \varnothing$ и пересечение множества M с некоторой окрестностью (слабой окрестностью) множества $P_M x$ выпукло. (Ср. с определением P-выпуклого множества (в точке x): множество M P-выпукло в точке x если $P_M x \neq \varnothing$ и множество $P_M x$ выпукло. Имеется пример P-выпуклого, но не окрестностно P-выпуклого множества (см., например, [1, пример 10.3].)

Определение 9. Пусть $M \subset X$, $x \notin M$. Мы говорим, что M обладает свойством *локальной опорности* относительно точки $x \notin M$, если существует гиперплоскость, (нестрого) отделяющая шар $B(x, \rho(x, M))$ от пересечения некоторой окрестности $P_M x$ со множеством M.

Свойства локальной опорности или окрестностной P-выпуклости часто возникают в задачах аппроксимации с ограничениями, где сами ограничения в виде равенств или неравенств задают выпуклое множество.

Замечание 3. *Отметим, что если M окрестностно P-выпукло (слабо окрестностно P-выпукло) в точке $x \notin M$, то M обладает свойством локальной опорности относительно точки x.*

Определение 10. Пусть $M \subset X$, $x \notin M$. Мы говорим, что $X \in (M\text{-DO-}x)$ (пространство X удовлетворяет *условию Дэя–Ошмана для множества M в точке x*), если $P_M x \neq \varnothing$ и найдется аппроксимативно компактная гиперплоскость, (нестрого) отделяющая шар $B(x, \rho(x, M))$ от множества $P_M x$.

Определение 11. Пусть $M \subset X$, $x \notin M$. Мы говорим, что $X \in (M\text{-wDO-}x)$ (пространство X удовлетворяет *слабому условию Дэя–Ошмана для множества M в точке x*), если $P_M x \neq \varnothing$ и найдется аппроксимативно слабо компактная гиперплоскость, (нестрого) отделяющая шар $B(x, \rho(x, M))$ от множества $P_M x$.

Анализ доказательства теорем 1 и 2 показывает, что на самом деле мы доказали следующие результаты об индивидуальном приближении.

Теорема 3. *Пусть множество $M \subset X$ обладает свойством локальной опорности относительно точки x и $X \in (M\text{-DO-}x)$. Тогда x – точка аппроксимативной компактности множества M.*

Теорема 4. *Пусть множество $M \subset X$ обладает свойством локальной опорности относительно точки x и $X \in (M\text{-wDO-}x)$. Тогда x – точка аппроксимативной слабой компактности множества M.*

С учетом теоремы 4.1 из [13] и теорем 3 и 4 мы получаем следующие следствия.

Следствие 1. *Пусть множество $M \subset X$ обладает свойством локальной опорности относительно точки x и $X \in (M\text{-DO-}x)$ и $y \in P_M x$. Тогда*

$$[x, y] \subset \mathrm{AC}(M),$$

т.е. любая точка из отрезка $[x, y]$ есть точка аппроксимативной компактности множества M.

Следствие 2. *Пусть множество $M \subset X$ обладает свойством локальной опорности относительно точки x и $X \in (M\text{-wDO-}x)$ и $y \in P_M x$. Тогда*

$$[x, y] \subset \mathrm{wAC}(M),$$

т.е. любая точка из отрезка $[x, y]$ есть точка аппроксимативной слабой компактности множества M.

Благодарность. Исследование поддержано Московским центром фундаментальной и прикладной математики// МГУ имени М. В. Ломоносова по соглашению No 075-15-2025-345.

Список литературы

1. *Alimov A. R., Tsar'kov I. G. Geometric Approximation Theory.* Springer Monographs in Mathematics, Springer, Cham, 2021.

2. *Megginson R. E. The semi-Kadec–Klee Condition and Nearest Point Properties of Sets in Normed Linear Spaces* Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, 1984.

3. *Власов Л. П.* Свойства обобщенных элементов наилучшего приближения // *Матем. заметки* 1978. Т. 24, № 4. С. 513–522

4. *Алимов А. Р., Царьков И. Г.* Устойчивость аппроксимации в классических задачах геометрической теории приближений // *Изв. РАН. Сер. матем.* 2025 Т. 89, № 6. С. 3–27.

5. *Богачев В. И., Колесников А. В.* Задача Монжа–Канторовича: достижения, связи и перспективы // *УМН* 2012. Т. 67, № 5(407). С. 3–110.

6. *Власов Л. П.* Понятие аппроксимативной компактности и его варианты // *Матем. заметки* 1974. Т. 16, № 2. С. 337–348.

7. *Alimov A.R.* Balayage theorems for connectedness problems in uniformly convex spaces // Proc. Inst. Math. Mech. 2024. V. 50 (1), P. 53–61.

8. *Ошман Е. В.* Чебышевские множества, непрерывность метрической проекции и некоторые геометрические свойства единичной сферы в пространстве Банаха // *Изв. вузов. Матем.* 1969, № 4. С. 38–46

9. *Власов Л. П.* Непрерывность метрической проекции на выпуклые множества // *Матем. заметки* 1992. Т. 52, № 6. С. 3–9.

10. *Schmidt E.* Stetigkeitsaussagen bei der Tschebyscheff-Approximation mit Exponentialsummen // *Math. Z.* V. 113 (2) (1970), P. 159–170.

11. *Бердышев В. И.* Устойчивость задачи минимизации при возмущении множества допустимых элементов // *Матем. сб.* 1977. Т. 103(145), № 4(8). С. 467–479.

12. *Ошман Е.В.* О непрерывности метрической проекции // *Матем. заметки* 1985. Т. 37 № 2. С. 200–211

13. *Alimov A. R., Tsar'kov I. G.* Connectedness and approximative properties of sets in asymmetric spaces // *Filomat* 2024. V. 38 № 9. P. 3243-3259.

14. *Alimov A. R., Ilyasov N. A.* Approximative compactness and acting points / *Russ. J. Math. Phys.* 2025. V. 32, № 2. P. 219–227.

References

1. *Alimov A. R., Tsar'kov I. G. Geometric Approximation Theory.* Springer Monographs in Mathematics, Springer, Cham, 2021.

2. *Megginson R. E. The Semi-Kadec–Klee Condition and Nearest Point Properties of Sets in Normed Linear Spaces* Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, 1984.

3. *Vlasov L. P.* Properties of generalized elements of best approximation // *Math. Notes* 1978. V. 24, no 4. P. 513–522

4. *Alimov A. R., Tsar'kov I. G.* Stability of approximation in classical problems of geometric approximation theory // *Izv. Math.* 2025 V. 89, N. 6, P. 3–27.

5. *Bogachev V. I., Kolesnikov A. V.* The Monge–Kantorovich problem: achievements, connections, and perspectives // *Russian Math. Surveys* 2012. V. 67, N. 5 (407). P. 785–890.

6. *Vlasov L. P.* The concept of approximative compactness and alternate versions of it // *Math. Notes* 1974. V. 16, N. 2. P. 786–792.

7. *Alimov A. R.* Balayage theorems for connectedness problems in uniformly convex spaces // *Proc. Inst. Math. Mech.* 2024. V. 50 (1), P. 53–61.

8. *Oshman E. V.* Chebyshev sets, continuity of the metric projection and certain geometric properties of the unit sphere in a Banach space // *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat.* 1969, N. 4. P. 38–46.

9. *Vlasov L. P.* Continuity of the metric projection on convex sets // *Math. Notes* 1992. V. 52, N. 6. P. 3–9.

10. *Schmidt E.* Stetigkeitsaussagen bei der Tschebyscheff-Approximation mit Exponentialsummen // *Math. Z.* V. 113 (2) (1970), P. 159–170.

11. *Berdyshev V. I.* Stability of a minimization problem under perturbation of the set of admissible elements // *Math. USSR-Sb.* 1977. V. 103(145), N. 4(8). P. 467–479.

12. *Oshman E. V.* Continuity of metric projection // *Math. Notes* 1985. V. 37 N. 2. P. 114–119.

13. *Alimov A. R., Tsar'kov I. G.* Connectedness and approximative properties of sets in asymmetric spaces // *Filomat* 2024. V. 38 N. 9. P. 3243-3259.

14. *Alimov A. R., Ilyasov N. A.* Approximative compactness and acting points // *Russ. J. Math. Phys.* 2025. V. 32, N. 2. P. 219–227.

Информация об авторах

Алексей Ростиславович Алимов, доктор физико-математических наук, профессор

SPIN 9203-1309 AuthorID: 14681

Scopus Author ID 7007117638

Ниязи Аладдин оглы Ильясов, кандидат физико-математических наук, доцент

Scopus Author ID 8946644700

Author Information

Alexey R. Alimov, Doctor of Mathematics, Professor

SPIN 9203-1309 AuthorID: 14681
Scopus Author ID 7007117638
Niyazi A. Il'yasov, Candidate of Mathematics, Associate Professor
Scopus Author ID 8946644700

*Статья поступила в редакцию 30.08.2025;
одобрена после рецензирования 10.10.2025; принята к публикации
21.01.2026*

*The article was submitted 30.08.2025;
approved after reviewing 10.10.2025; accepted for publication 21.01.2026*